

التبرير والبرهان

يستعمل عند افتراض استمرار نمط على نفس الوتيرة، وتسمى العبارة النهائية التي توصلت إليها تخميناً.

التبرير الاستقرائي

الرموز	التعبير اللفظي	العبارة
$\neg p$ ، وتقرأ ليس p	عبارة تفيد معنى مضافاً لمعنى العبارة الأصلية، وقيمة الصواب لها عكس قيمة صواب العبارة الأصلية.	نفي العبارة
$p \wedge q$ ، وتقرأ p و q	عبارة مركبة ناتجة عن ربط عبارتين أو أكثر باستعمال (و).	عبارة الوصل
$p \vee q$ ، وتقرأ p أو q	عبارة مركبة ناتجة عن ربط عبارتين أو أكثر باستعمال (أو).	عبارة الفُصل

المنطق

أمثلة	الرموز	التعبير اللفظي
إذا كان $m\angle A = 35^\circ$ ، فإن $\angle A$ حادة.	$p \rightarrow q$	العبارة الشرطية هي العبارة التي يمكن كتابتها على صورة إذا كان p ، فإن q .
إذا كانت $\angle A$ حادة، فإن $m\angle A = 35^\circ$.	$q \rightarrow p$	ينتج العكس من تبديل الفرض مع النتيجة في العبارة الشرطية.
إذا كان $m\angle A \neq 35^\circ$ ، فإن $\angle A$ ليست حادة.	$\neg p \rightarrow \neg q$	ينتج المعكوس من نفي كل من الفرض والنتيجة في العبارة الشرطية.
إذا لم تكن $\angle A$ حادة، فإن $m\angle A \neq 35^\circ$.	$\neg q \rightarrow \neg p$	ينتج المعاكس الإيجابي من نفي كل من الفرض والنتيجة في عكس العبارة الشرطية.

العبارات الشرطية

قانون الفصل المنطقي: إذا كانت العبارة الشرطية $p \rightarrow q$ صحيحة، والفرض p صحيحاً، فإن النتيجة q تكون صحيحة أيضاً.

التبرير الإستنتاجي

قانون القياس المنطقي: إذا كانت العبارتان الشرطيتان $p \rightarrow q$ و $q \rightarrow r$ ، فإن العبارة الشرطية $p \rightarrow r$ تكون صحيحة أيضاً.

- أي نقطتين يمر بهما مستقيم واحد فقط.
- أي ثلاث نقاط لا تقع على استقامة واحدة يمر بهما مستوي واحد فقط.
- إذا وقعت نقطتان في مستوي، فإن المستقيم الوحيد المار بهما يقع كلياً في ذلك المستوى.

المسلّمات

$\overline{AB} \cong \overline{AB}$	خاصية الانعكاس للتطابق
إذا كان $\overline{AB} \cong \overline{CD}$ ، فإن $\overline{CD} \cong \overline{AB}$	خاصية التماثل للتطابق
إذا كان $\overline{AB} \cong \overline{CD}$ ، $\overline{CD} \cong \overline{EF}$ ، فإن $\overline{AB} \cong \overline{EF}$	خاصية التعدي للتطابق

تطابق القطع المستقيمة

نظرية تطابق المكملات: الزاويتان المكملتان للزاوية نفسها أو لزاويتين متطابقتين تكونان متطابقتين.

نظرية تطابق المتممات: الزاويتان المتممات للزاوية نفسها أو لزاويتين متطابقتين تكونان متطابقتين.

تطابق الزوايا

التوازي والتعامد

المستقيمان المتوازيان وأزواج الزوايا

القاطع العمودي

ميل المستقيم

معادلة المستقيم

نظريات هامة

2.1 نظرية الزاويتين المتبادلتين داخلياً: إذا قطع قاطع مستقيمين متوازيين، فإن كل زاويتين متبادلتين داخلياً متطابقتان.
أمثلة: $\angle 1 \cong \angle 3$ و $\angle 2 \cong \angle 4$

2.2 نظرية الزاويتين المتحالفتين: إذا قطع قاطع مستقيمين متوازيين، فإن كل زاويتين متحالفتين متكاملتان.
أمثلة: $\angle 1$ و $\angle 2$ متكاملتان. $\angle 3$ و $\angle 4$ متكاملتان.

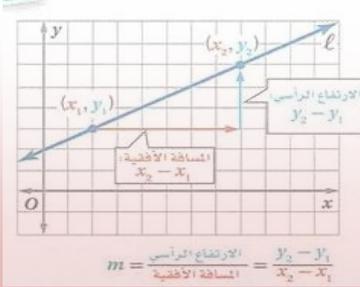
2.3 نظرية الزاويتين المتبادلتين خارجياً: إذا قطع قاطع مستقيمين متوازيين، فإن كل زاويتين متبادلتين خارجياً متطابقتان.
أمثلة: $\angle 5 \cong \angle 7$ و $\angle 6 \cong \angle 8$

إذا كان مستقيم عمودياً على أحد مستقيمين متوازيين في مستوى، فإنه يكون عمودياً على المستقيم الآخر.

في المستوى الإحداثي، ميل المستقيم هو نسبة التغير في اتجاه محور y إلى التغير في اتجاه محور x بين أي نقطتين عليه.

ويعطى الميل m لمستقيم يحتوي نقطتين إحداثيهما (x_1, y_1) و (x_2, y_2) بالصيغة:

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \text{ حيث } x_1 \neq x_2$$



صيغة الميل والمقطع: $y = mx + b$ ، صيغة الميل ونقطة: $y - y_1 = m(x - x_1)$
معادلة المستقيم الأفقي: $y = b$ ، معادلة المستقيم الرأسي: $x = a$

2.5 عكس نظرية الزاويتين المتبادلتين خارجياً: إذا قطع قاطع مستقيمين في مستوى، ونتج عن التقاطع زاويتان متبادلتان خارجياً متطابقتان، فإن المستقيمين متوازيان.

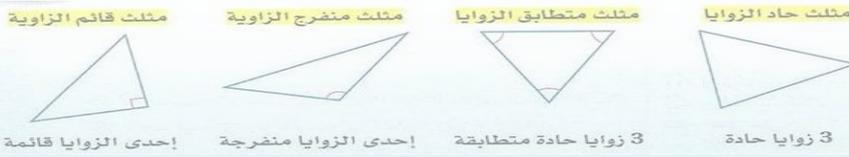
2.6 عكس نظرية الزاويتين المتحالفتين: إذا قطع قاطع مستقيمين في مستوى ونتج عن التقاطع زاويتان متحالفتان متكاملتان فإن المستقيمين متوازيان.

2.7 عكس نظرية الزاويتين المتبادلتين داخلياً: إذا قطع قاطع مستقيمين في مستوى، ونتج عن التقاطع زاويتان متبادلتان داخلياً متطابقتان، فإن المستقيمين متوازيان.

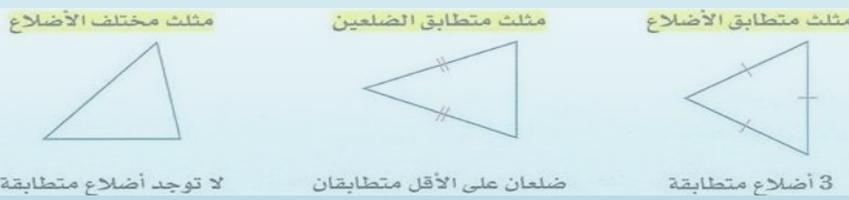
2.8 عكس نظرية القاطع العمودي: إذا قطع قاطع مستقيمين في مستوى، وكان عمودياً على كل منهما، فإن المستقيمين متوازيان.

المثلثات المتطابقة

تصنيف المثلثات وفقاً لزاواياها:



تصنيف المثلثات وفقاً لأضلاعها:



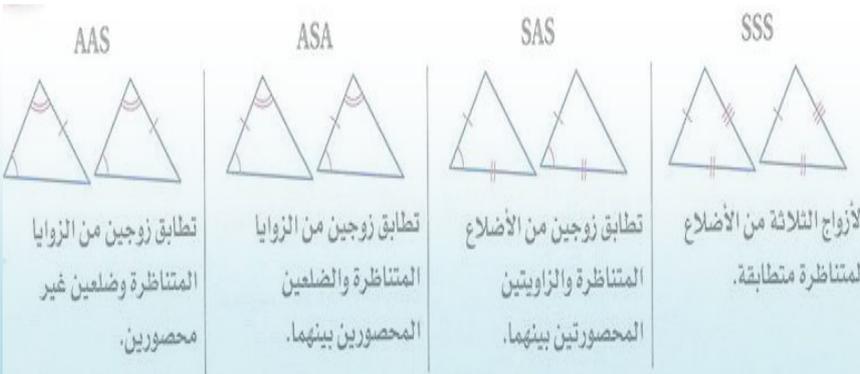
تصنيف المثلثات

- مجموع قياسات زوايا المثلث يساوي 180.
- قياس الزاوية الخارجية في مثلث يساوي مجموع قياس الزاويتين الداخليتين البعديتين.
- الزاويتان الحادتان في أي مثلث قائم الزاوية متتامتان.
- يوجد زاوية قائمة واحدة أو منفرجة واحدة على الأكثر في أي مثلث.

زوايا المثلثات

- يتطابق مضلعان إذا فقط إذا كانت عناصرهما المتناظرة متطابقة.
- إذا تطابقت زاويتان في مثلث مع زاويتين في مثلث آخر، فإن الزاوية الثالثة في المثلث الأول تطابق الزاوية الثالثة في المثلث الثاني.

المثلثات المتطابقة



إثبات تطابق المثلثات

- إذا تطابق ضلعان في مثلث، فإن الزاويتين المقابلتين لهما متطابقتان.
- إذا تطابق زاويتان في مثلث فإن الضلعين المقابلين لهما متطابقان.
- يكون المثلث متطابق الأضلاع إذا فقط إذا كان متطابق الزوايا.
- قياس كل زاوية في المثلث المتطابق الأضلاع 60.

نظريات تطابق

العلاقات في المثلث

المفهوم	مثال	نقطة التقاطع	الخاصية	مثال
العمود المنصف		مركز الدائرة التي تمر برؤوس المثلث	P مركز الدائرة التي تمر برؤوس $\triangle ABC$ ، وتقع على أبعاد متساوية من رؤوس المثلث.	
منصف الزاوية		مركز الدائرة الداخلية للمثلث	Q مركز الدائرة الداخلية في $\triangle ABC$ ، وتقع على أبعاد متساوية من أضلاع المثلث.	
القطعة المتوسطة		مركز المثلث	R مركز $\triangle ABC$ ، وتبعد عن كل رأس Δ طول القطعة الواصلة بين ذلك الرأس ومنصف الضلع المقابل له.	
الارتفاع		ملتقى الارتفاعات	تلتقي المستقيمات التي تحوي ارتفاعات $\triangle ABC$ عند النقطة S ، وتسمى ملتقى الارتفاعات.	

المنصفات والقطع المتوسطة والارتفاعات في المثلث

المتباينات في مثلث

المتباينات في مثلثين

البرهان غير المباشر

- متباينة الزاوية الخارجية: قياس الزاوية الخارجية لمثلث أكبر من قياس أي من الزاويتين الداخليتين البعيدتين عنها.
- إذا كان أحد أضلاع مثلث أطول من ضلع آخر، فإن قياس الزاوية المقابلة للضلع الأطول أكبر من قياس الزاوية المقابلة للضلع الأقصر.
- إذا كان قياس إحدى زوايا مثلث أكبر من قياس زاوية أخرى، فإن الضلع المقابل للزاوية الكبرى أطول من الضلع المقابل للزاوية الصغرى.
- مجموع طولي أي ضلعين في مثلث أكبر من طول الضلع الثالث.

- متباينة SAS: إذا تطابق ضلعان في مثلث ضلعين مناظرين في مثلث آخر، وكان قياس الزاوية المحصورة في المثلث الأول أكبر من قياس الزاوية المحصورة في المثلث الثاني، فإن الضلع الثالث في المثلث الأول يكون أطول من الضلع الثالث في المثلث الثاني.

- الخطوة 1: حدّد النتيجة التي ستبرهنها. ثم افترض خطأها، وذلك بافتراض أن عكسها صحيح.
- الخطوة 2: استعمل التبرير المنطقي لتبين أن هذا الافتراض يؤدي إلى تناقض مع المعطيات أو مع حقيقة أخرى، مثل تعريف أو مسلمة أو نظرية.
- الخطوة 3: بما أن الافتراض الذي بدأت به أدى إلى تناقض، فيبين أن النتيجة الأصلية المطلوب إثباتها يجب أن تكون صحيحة.

حقيبة